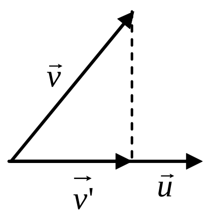
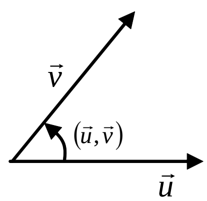
PRODUIT SCALAIRE

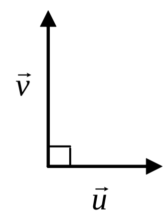
- Dans un repère orthonormé: $\vec{u}\left|\begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix}\right. \cdot \vec{v}\left|\begin{matrix} x' \\ y' \\ z' \end{matrix}\right. = xx'+yy'+zz'$
- Relations de base:



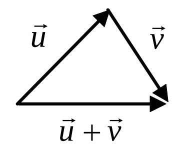
$\vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{u}\cdot\vec{v}'$



si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls:
$\vec{u}\cdot\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{u}\|\times\cos(\vec{u},\vec{v})$



$\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow\vec{u}\cdot\vec{v}=0$



Inégalité triangulaire :
$\|\vec{u}+\vec{v}\|\le\|\vec{u}\|+\|\vec{v}\|$

- $\vec{u}\cdot\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\right)=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)=\frac{1}{4}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)$
- Les mêmes règles que pour la multiplication des réels s'appliquent au produit scalaire:
    - $\vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{v}\cdot\vec{u}$ (commutativité)
    - $\vec{u}\cdot(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{u}\cdot\vec{w}$ (distributivité)
    - $(\lambda\vec{u})\cdot\vec{v}=\lambda\vec{u}\cdot\vec{v}$
    - si $\vec{u}\cdot\vec{u}=0$ alors $\vec{u}=\vec{0}$
    -
- Inégalité de Cauchy-Schwartz: $|\vec{u}\cdot\vec{v}|\le\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|$

lovemaths.fr