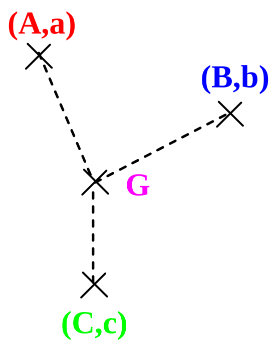
GEOMETRIE DANS L'ESPACE

- Barycentre:



- G est le barycentre des points **A**, **B** et **C** affectés des coefficients **a**, **b**, **c** (avec **a** + **b** + **c** $\neq 0$) :

  $\Leftrightarrow$ G = bar{(A,a),(B,b),(C,c)}

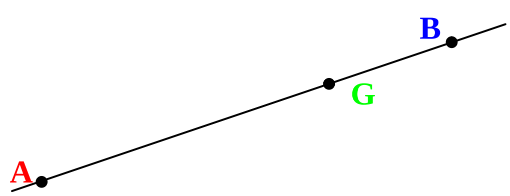
  $\Leftrightarrow$ $a\overrightarrow{GA} + b\overrightarrow{GB} + c\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

  $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AG} = \dfrac{b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AC}}{a+b+c}$

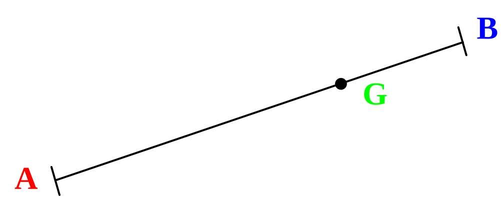
- G = bar{(A,a),(B,b),(C,c)} = bar{(A,**λ**a),(B, **λ**b),(C, **λ**c)} si **λ** $\neq 0$

- Associativité du barycentre :
  - G = bar{(A,a),(B,b),(C,c)} = bar{(A,a),(**G'**,b+c)}
    avec **G'** = bar{(B,b),(C,c)} si b+c $\neq 0$

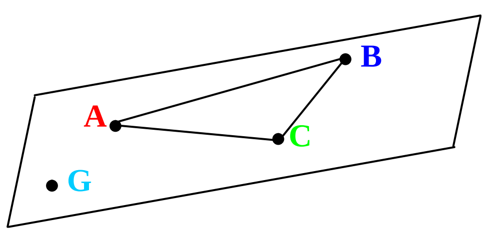
- Applications du barycentre à la géométrie:



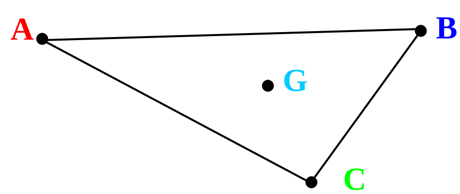
G = bar{(**A**,α),(**B**,β)}
Pour α et β Є ℜ (α + β $\neq 0$)
G décrit la droite (AB)



G = bar{(**A**,α),(**B**,β)}
Pour α et β de même signe (α + β $\neq 0$)
G décrit la droite (AB)

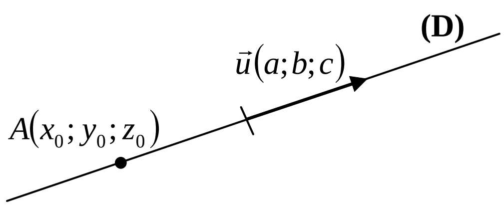


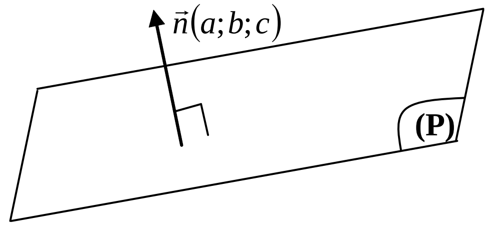
G = bar{(**A**,α),(**B**,β),(**C**,γ)}
Pour α, β et γ Є ℜ (α + β + γ $\neq 0$)
G décrit le plan (ABC)



G = bar{(**A**,α),(**B**,β),(**C**,γ)}
Pour α, β et γ Є $ℜ^+$ (α + β + γ $\neq 0$)
G décrit le triangle (ABC)

- Equations de droites et de plans:

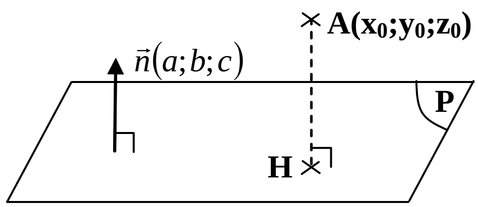




$$D(A,\vec{u})\begin{cases} x = at + x_0 \\ y = bt + y_0 \text{ , t } \in \Re \\ z = ct + z_0 \end{cases}$$

(P) : ax + by + cz +d = 0

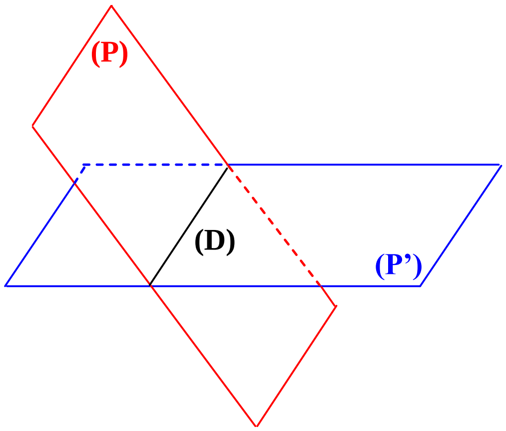
- Distance d'un point à un plan:



Pour (P): ax + by +cz +d = 0.

$$AH = \frac{|ax_0 + bx_0 + cx_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

- Intersection de deux plans: résolution du système (S) $\begin{cases} ax+by+cz+d=0 \\ a'x+b'y+c'z+d'=0 \end{cases}$ (trois cas)

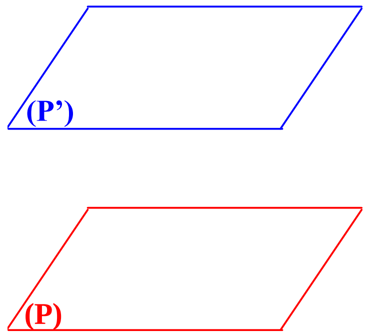


(P) et **(P')** sécants: l'intersection est la droite **(D)** d'équation

$$\begin{cases} ax+by+cz+d=0 \\ a'x+b'y+c'z+d'=0 \end{cases}$$

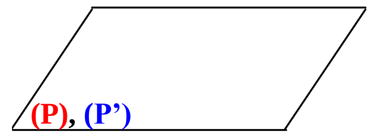
On pose z = t et on résout le système en x et y pour trouver l'équation paramétrique de **(D)**

(S) admet une infinité de solutions



(P) et **(P')** parallèles: pas d'intersections

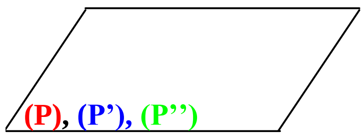
(S) n'admet pas de solution



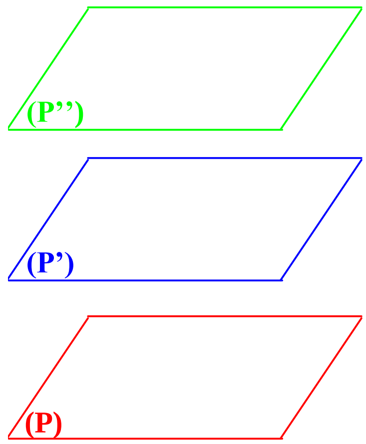
(P) et **(P')** confondues: l'intersection est constituée des deux plans d'intersections

(S) admet une infinité de solutions; ses deux équations sont proportionnelles

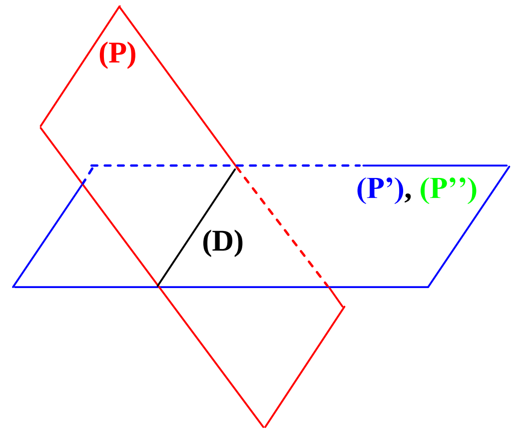
- Intersection de trois plans: résolution du système (S) $\begin{cases} ax+by+cz+d=0 \\ a'x+b'y+c'z+d'=0 \\ a''x+b''y+c''z+d''=0 \end{cases}$ (sept cas)



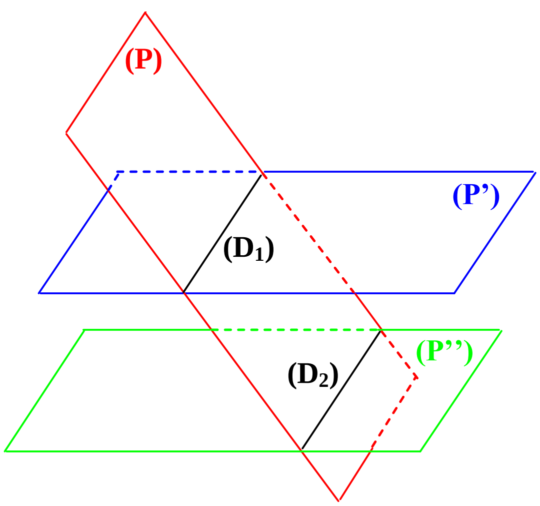
(P), (P') et **(P'')** confondus
(S) admet une infinité de solutions; ses 3 équations sont proportionnelles



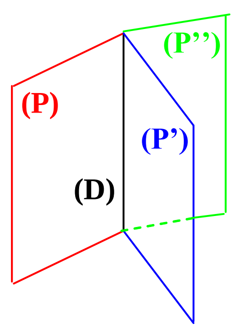
(P) et **(P')** parallèles: pas d'intersections
(S) n'admet pas de solution



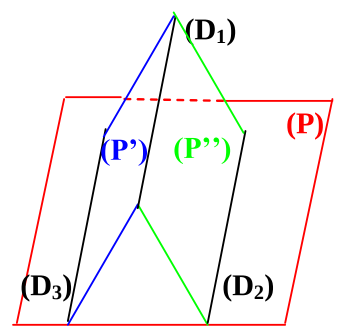
(P) sécant avec et **(P')** et **(P'')** qui sont confondues: l'intersection est la droite **(D)**
(S) admet une infinité de solutions



(P') et **(P'')** parallèles et sécants avec (P): pas d'intersection
(S) n'admet pas de solution

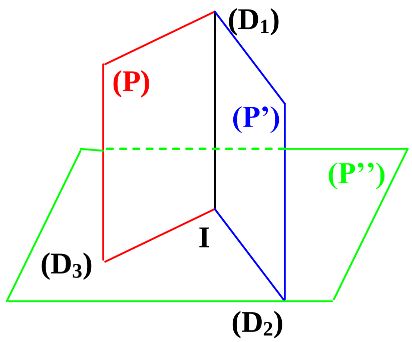


(P), **(P')** et **(P'')** sécants suivant la droite **(D)**
(S) admet une infinité de solutions



(P), (P') et **(P'')** sont deux à deux sécants
(S) n'admet pas de solution

lovemaths.fr



(P), **(P')** et **(P'')** sont sécants en I
(S) admet une seule solution