

# SUITES

- Une **suite** peut être définie:
  - **par une fonction**:  $u_n = f(n) = \frac{(n+5)^2}{n-1}$
  - **par récurrence**:  $u_0 = 3$  et  $u_{n+1} = (u_n + 5)^2$
- Sens de variation:
  - $(u_n)$  est **croissante** (resp. **décroissante**) si, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} \geq u_n$  (resp.  $u_{n+1} \leq u_n$ )
  - si  $u_n = f(n)$  et si  $f$  est monotone sur  $[0; +\infty[$  alors  $u_n$  a le même sens de variation que  $f$  sur  $[0; +\infty[$
  - Pour déterminer le sens de variation de  $u_{n+1} = f(u_n)$ , on peut
    - étudier le signe de  $u_{n+1} - u_n$
    - comparer  $\left(\frac{u_{n+1}}{u_n}\right)$  à 1
- Suites majorées, minorées et bornées:
  - $(u_n)$  est **majorée** si  $u_n \leq M$
  - $(u_n)$  est **minorée** si  $u_n \geq m$
  - $(u_n)$  est **bornée** si  $m \leq u_n \leq M$
- Limites:
  - si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = L$  ( $L$  réel),  $u_n$  **converge**
  - si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \pm\infty$ ,  $u_n$  **diverge**
  - si  $u_n$  n'admet pas de limite (ex :  $u_n = \sin(n)$ ),  $u_n$  **diverge**
- Raisonnement par **récurrence**:
  - Soit  $P_n$  une propriété dépendant de  $n$  entier naturel
  - Le principe peut se schématiser par:
    - $P_0$  est vraie,
    - $P_n$  vraie  $\Rightarrow P_{n+1}$  vraie,alors  $P_n$  est vraie pour tout  $n$



Ne pas oublier pas d'établir que  $P_0$  est vraie



Il faut utiliser l'hypothèse de récurrence au rang  $n$  pour prouver le rang  $(n+1)$



- Suites **arithmétiques** et **géométriques**:

	<b>Suite arithmétique</b>	<b>Suite géométrique</b>
<b>Définition</b>	$u_{n+1} = u_n + a$ <b>a</b> raison de la suite	$u_{n+1} = u_n \times b$ <b>b</b> raison de la suite
<b>Terme général <math>u_n</math></b>	$u_n = u_0 + na$ $u_n = u_p + (n - p)a$	$u_n = u_0 \times b^n$ $u_n = u_p \times b^{n-p}$
<b>Somme</b> $u_0 + u_1 + \dots + u_n$ <b>(n+1) termes</b>	$S = (n+1) \left( \frac{u_0 + u_n}{2} \right)$	$S = u_0 \times \frac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$ ( $b \neq 1$ )
<b>Sens de variation</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• si <math>a &gt; 0</math>, <math>(u_n)</math> est croissante</li> <li>• si <math>a &lt; 0</math>, <math>(u_n)</math> est décroissante</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• si <math>b &gt; 1</math>, <math>(u_n)</math> est croissante</li> <li>• si <math>0 &lt; b &lt; 1</math>, <math>(u_n)</math> est décroissante</li> </ul>

