Etude de $x \mapsto \frac{x^3-x^2+3\,x+9}{x^2-2}$

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^3-x^2+3\,x+9}{x^2-2}$.

Son ensemble de définition est $]-\infty\,;-\sqrt{2}\,[\,\cup\,]-\sqrt{2}\,;\sqrt{2}\,[\,\cup\,]\sqrt{2}\,;+\infty[$.

Elle est dérivable sur $]-\infty\,;-\sqrt{2}\,[\,\cup\,]-\sqrt{2}\,;\sqrt{2}\,[\,\cup\,]\sqrt{2}\,;+\infty[$.

Sa dérivée est $f'(x) = \frac{(x+1)^2\left(x^2-2\,x-6\right)}{(x^2-2)^2}$.

Elle admet les limites suivantes:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x \to -\sqrt{2} \\ <}} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x \to -\sqrt{2} \\ >}} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{\substack{x \to \sqrt{2} \\ <}} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x \to \sqrt{2} \\ >}} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

Elle admet les asymptotes verticales d'équation:

$$x = -\sqrt{2}$$

$$x = \sqrt{2}$$

Elle admet l'asymptote oblique d'équation:

$$y = x - 1$$

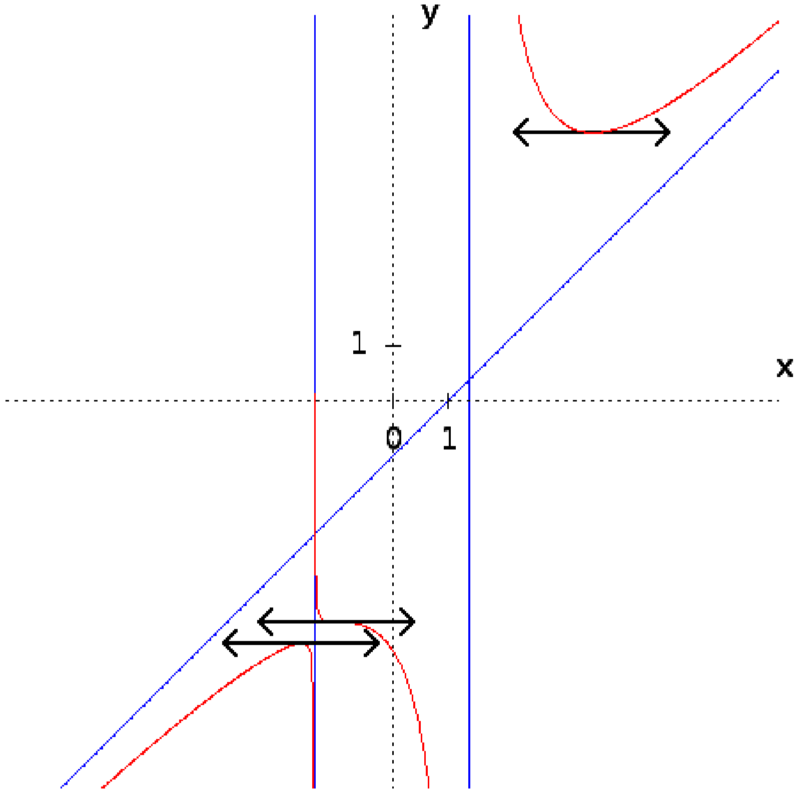
Une table de valeurs est:

x	$1-\sqrt{7} \approx -1,65$	-1	$\sqrt{7}+1 \approx 3,65$
$f(x)$	$\frac{11\cdot\sqrt{7}}{2\cdot\sqrt{7}-6} - \frac{26}{2\cdot\sqrt{7}-6} \approx -4,38$	-4	$\frac{11\cdot\sqrt{7}}{2\cdot\sqrt{7}+6} + \frac{26}{2\cdot\sqrt{7}+6} \approx 4,88$

Son tableau de variations est:

x	$-\infty$		$1-\sqrt{7}$		$-\sqrt{2}$		-1		$\sqrt{2}$		$\sqrt{7}+1$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{11\cdot\sqrt{7}}{2\cdot\sqrt{7}-6} - \frac{26}{2\cdot\sqrt{7}-6}$	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	-4	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	$\frac{11\cdot\sqrt{7}}{2\cdot\sqrt{7}+6} + \frac{26}{2\cdot\sqrt{7}+6}$	$\nearrow$	$+\infty$

Sa courbe répresentative est:



Pour une visualisation dynamique de la courbe cliquez ici: http://www.lovemaths.fr/curve.html (puis acceptez de tourner l'application java).

Note: ces résultats ont été obtenus par un programme automatique: leur exactitude n'est pas garantie.